

ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

1. ΓΕΝΙΚΑ

ΣΧΟΛΗ	ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ		
ΤΜΗΜΑ	-		
ΕΠΙΠΕΔΟ ΣΠΟΥΔΩΝ	Προπτυχιακό		
ΚΩΔΙΚΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	5002	ΕΞΑΜΗΝΟ ΣΠΟΥΔΩΝ	2 ^ο
ΤΙΤΛΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΙΙΙ (Συναρτήσεις πολλών μεταβλητών)		
ΑΥΤΟΤΕΛΕΙΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ		ΕΒΔΟΜΑΔΙΑΙΕΣ ΩΡΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ	ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΜΟΝΑΔΕΣ / ECTS
Διαλέξεις		4	5
Σύνολο		4	
ΤΥΠΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ:	Γενικού Υποβάθρου		
ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΑ:	Διαφορικός και Ολοκληρωτικός Λογισμός Συναρτήσεων μίας πραγματικής μεταβλητής.		
ΓΛΩΣΣΑ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ και ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ:	Ελληνική		
ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΠΡΟΣΦΕΡΕΤΑΙ ΣΕ ΦΟΙΤΗΤΕΣ ERASMUS:	Όχι		
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ (URL):	https://helios.ntua.gr/course/view.php?id=1248&lang=el		

2. ΜΑΘΗΣΙΑΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Μαθησιακά Αποτελέσματα
Το μάθημα εισάγει τους σπουδαστές στη θεωρία διαφορίσσης και ολοκλήρωσης διανυσματικών συναρτήσεων σε μετρήσιμα υποσύνολα Ευκλείδειων χώρων. Για το σκοπό αυτό είναι απαραίτητη η παρουσίαση στοιχειωδών τοπολογικών εννοιών όπως η συμπαγεια και η συνεκτικότητα υποσυνόλων Ευκλείδειων χώρων. Παρουσιάζονται σημαντικά θεωρήματα των Μαθηματικών (Fubini, Green, Gauss, Stokes) και παρατίθενται οι αποδείξεις τους σε ειδικές περιπτώσεις (παραλληλόγραμμο, παραλληλεπίπεδο, κυκλικός δίσκος, κύλινδρος, σφαίρα). Δίνεται έμφαση στη συνάφεια των εισαγόμενων μαθηματικών εννοιών με έννοιες της Φυσικής (ανεξαρτησία επικαμπύλιου ολοκληρώματος/αστρόβιλα πεδία, ανεξαρτησία επιφανειακού ολοκληρώματος/σωληνοειδή πεδία). Το σύνολο των παρατιθέμενων εννοιών και αποτελεσμάτων είναι απαραίτητο σε άλλα μαθήματα Μαθηματικών και Φυσικής (Διαφορικές Εξισώσεις, Ηλεκτρομαγνητισμός, Ρευστομηχανική). Με την επιτυχή ολοκλήρωση του μαθήματος ο φοιτητής/-τρια θα είναι σε θέση να: • έχει κατανοήσει τις έννοιες της μερικής παραγώγου και της παραγώγου κατά κατεύθυνση. • μπορεί να υπολογίζει μερικές παραγώγους συναρτήσεων σε πετλεγμένη μορφή. • μπορεί να χρησιμοποιεί τους κυριότερους διαφορικούς τελεστές. • μπορεί να εφαρμόζει τις μεθόδους του Διαφορικού Λογισμού σε προβλήματα βελτιστοποίησης. • έχει κατανοήσει τις έννοιες του διπλού, τριπλού, επικαμπύλιου, επιφανειακού ολοκληρώματος. • έχει κατανοήσει τα βασικά θεωρήματα της Διανυσματικής Ανάλυσης. • μπορεί να υπολογίσει το διπλό/τριπλό ολοκλήρωμα με κατάλληλη επιλογή διαδοχικών απλών ολοκληρωμάτων. • μπορεί να υπολογίσει το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα ενός διανυσματικού πεδίου είτε απευθείας, είτε με αναγωγή αυτού σε διπλό ολοκλήρωμα μέσω του θεωρήματος Green. • μπορεί να υπολογίσει το επιφανειακό ολοκλήρωμα είτε απευθείας, είτε με αναγωγή αυτού σε τριπλό ολοκλήρωμα μέσω του θεωρήματος Gauss, είτε με αναγωγή αυτού σε επικαμπύλιο ολοκλήρωμα μέσω του θεωρήματος Stokes. • μπορεί να συσχετίσει τα παραπάνω είδη ολοκληρωμάτων με έννοιες της Φυσικής. • μπορεί να εφαρμόσει τα παραπάνω είδη ολοκληρωμάτων για να υπολογίσει τιμές φυσικών μεγεθών όπως η μάζα, η ροπή αδράνειας, η κατανομή φορτίου, η ροή διανυσματικού πεδίου.

- αντιλαμβάνεται την ευελιξία που δίνει η επιλογή της σειράς ολοκλήρωσης των μεταβλητών και την εφαρμόζει σε υπολογισμούς όγκων στερεών και εμβαδών επιφανειών οι οποίοι είναι εξαιρετικά δυσχερείς, αν όχι αδύνατοι, μέσω των παραδοσιακών μεθόδων της Ευκλείδειας Γεωμετρίας.

Γενικές Ικανότητες

- Αυτόνομη εργασία (δευτερευόντως, Ομαδική εργασία, μέσω της ανάθεσης ομαδικών εργασιών).
- Ανάλυση/Ταξινόμηση ενός μαθηματικού προβλήματος και επίλυση αυτού με χρήση αυστηρά επιστημονικών μεθόδων.
- Συνδυαστική σκέψη με σκοπό την επιλογή του οικονομικότερου τρόπου επίλυσης ενός μαθηματικού προβλήματος.
- Επαγωγική σκέψη μέσω των αποδεικτικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται στην απόδειξη των σχετικών θεωρημάτων και στις εφαρμογές τους.
- Εργασία σε διεπιστημονικό περιβάλλον μέσω των εφαρμογών των Μαθηματικών σε άλλες επιστήμες.

3. ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΠΟΛΟΓΙΑΣ ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΩΝ ΧΩΡΩΝ: Ανοιχτά υποσύνολα. Κλειστά υποσύνολα. Συνοριακά σημεία υποσυνόλου. Συμπαγή υποσύνολα. Κυρτά υποσύνολα. Συνεκτικά υποσύνολα. Καμπύλες και Επιφάνειες. Εξωτερικό κάθετο διάνυσμα και προσανατολισμός. Απλά συνεκτικά υποσύνολα. Υποσύνολα μηδενικού μέτρου.

ΔΙΑΦΟΡΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ: Όριο και συνέχεια διανυσματικών συναρτήσεων. Μερική παράγωγος και διαφορισμότητα. Παράγωγος κατά κατεύθυνση. Μερικές Παράγωγοι ανώτερης τάξης. Διαφορικά. Διαφορικοί τελεστές (grad-div-rot). Κανόνας αλυσίδας. Πεπλεγμένες συναρτήσεις. Τύπος Taylor. Ακρότατα. Πολλαπλασιαστές Lagrange. Εφαρμογές σε προβλήματα βελτιστοποίησης.

ΔΙΠΛΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ: Αθροίσματα Riemann. Ολοκλήρωση σε ορθογώνια. Διαδοχικά ολοκληρώματα. Θεώρημα Fubini. Ολοκλήρωση σε Jordan μετρήσιμα υποσύνολα. Αλλαγή της σειράς ολοκλήρωσης των μεταβλητών. Το θεώρημα αλλαγής μεταβλητής.

ΤΡΙΠΛΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ: Αθροίσματα Riemann. Ολοκλήρωση σε παραλληλεπίπεδα. Διαδοχικά ολοκληρώματα. Θεώρημα Fubini. Ολοκλήρωση σε Jordan μετρήσιμα υποσύνολα. Αλλαγή της σειράς ολοκλήρωσης των μεταβλητών. Το θεώρημα αλλαγής μεταβλητής για το τριπλό ολοκλήρωμα.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ: Υπολογισμοί εμβαδών, όγκων, μάζας, ροπών αδρανείας.

ΕΠΙΚΑΜΠΥΛΙΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ. Επικαμπύλια ολοκληρώματα πραγματικών συναρτήσεων και διανυσματικών πεδίων. Το θεώρημα Green. Ανεξαρτησία επικαμπυλίου ολοκληρώματος. Χαρακτηρισμός αστρόβιλων διανυσματικών πεδίων σε απλά συνεκτικά χωρία.

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΟ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ: Επιφανειακά ολοκληρώματα πραγματικών συναρτήσεων και διανυσματικών πεδίων. Το θεώρημα Gauss. Ανεξαρτησία επιφανειακού ολοκληρώματος. Σωληνοειδή διανυσματικά πεδία. Το Θεώρημα Stokes. Υπολογισμός επιφανειακού ολοκληρώματος σωληνοειδούς πεδίου με αναγωγή σε επικαμπύλιο ολοκλήρωμα.

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ: Υπολογισμοί μηκών καμπυλών, έργου δύναμης, εμβαδών επιφανειών, ροής διανυσματικών πεδίων.

4. ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ και ΜΑΘΗΣΙΑΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ - ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ

ΤΡΟΠΟΣ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ:	Πρόσωπο με πρόσωπο σε αίθουσα	
ΧΡΗΣΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ:	Χρήση Τ.Π.Ε. στην Επικοινωνία με τους Φοιτητές [πρόγραμμα μαθημάτων, Σημειώσεις, Εργασίες (ανάθεση εργασιών από διδάσκοντα και υποβολή εργασιών από τους σπουδαστές, μέσω του helios).	
ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ:	Δραστηριότητα	Φόρτος Εργασίας Εξαμήνου
	Διαλέξεις	52
	Εργασίες κατ' οίκον	18
	Αυτοτελής μελέτη και προετοιμασία για την τελική εξέταση	80
	Σύνολο Μαθήματος:	150

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ:	Τελική Γραπτή Εξέταση Περιλαμβάνει επίλυση προβλημάτων (90%). Επίλυση Σειρών Ασκήσεων Περιλαμβάνει επίλυση ασκήσεων κατ' οίκον (10%). Τρόπος Αξιολόγησης Ο τελικός βαθμός προκύπτει 10% από την επίλυση των ασκήσεων κατ' οίκον +90% από τον βαθμό του τελικού διαγωνίσματος. Απαραίτητη προϋπόθεση ο βαθμός της τελικής γραπτής εξέτασης να είναι ≥ 5.
--------------------	--

5. ΣΥΝΙΣΤΩΜΕΝΗ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Διδακτικά Βοηθήματα

Παντελίδης, Ανάλυση II, Εκδόσεις ΖΗΤΗ, Θεσσαλονίκη 2001.

Καρανάσιος, Καδιανάκης, Φελλούρης, Λογισμός συναρτήσεων πολλών μεταβλητών για τις επιστήμες του μηχανικού, Εκδόσεις ΤΣΟΤΡΑΣ, Αθήνα 2015.

Ρασσιάς, Μαθηματικά II, Εκδόσεις ΤΣΟΤΡΑΣ, Αθήνα 2017.